

Hypothesentest

Einseitiger und zweiseitiger Signifikanztest

ALLGEMEINES

- Statistisches Testverfahren zur Überprüfung von Behauptungen
- Sich widersprechendes Hypothesenpaar: Gegenhypothese H_1 wird geprüft gegen Nullhypothese H_0
- Welche der beiden Hypothesen soll angenommen und welche verworfen werden?
- Keine 100%ige Sicherheit

FORMELN

Rechtsseitig:

$$P(X > a) = \sum_{i=a+1}^n \binom{n}{i} * p^i * (1 - p)^{n-i} < \alpha$$

$$P(X > a) = 1 - P(X \leq a)$$

$$P(X \leq a) = \sum_{i=0}^a \binom{n}{i} * p^i * (1 - p)^{n-i} > 1 - \alpha$$

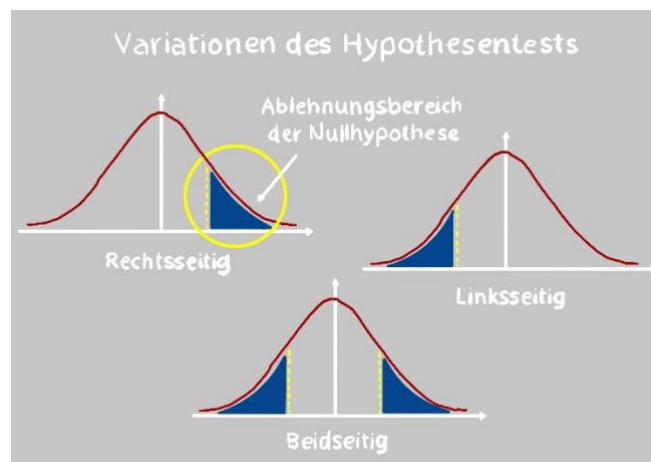
Bei zweiseitigen Tests muss mit $\alpha/2$ gearbeitet werden

Bei linksseitigen Tests größer/kleiner Zeichen umdrehen

TYPEN DES HYPOTHESENTESTS

Typ	Nullhypothese H_0	Gegenhypothese H_1
Alternativtest	$p = p_0$	$p = p_1$
Rechtsseitiger Signifikanztest	$p \leq p_0$	$p > p_0$
Linksseitiger Signifikanztest	$p \geq p_0$	$p < p_0$
Zweiseitiger Signifikanztest	$p = p_0$	$p \neq p_0$

- n ist die Größe der Stichprobe
- X ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Testgröße unter der Annahme, dass $p = p_0$ ist
- A ist der Annahmebereich, also der Bereich, in dem die Nullhypothese angenommen wird
- \bar{A} (A quer) ist der Ablehnungsbereich, also der Bereich, in dem die Nullhypothese verworfen wird



FEHLERARTEN BEI HYPOTHESENTESTS

Dadurch, dass eine Hypothese immer nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit abgelehnt werden kann, ergeben sich zwei verschiedene Fehlerarten:

- α -Fehler (Fehler 1. Art): Wenn die die Nullhypothese verworfen wird, obwohl sie richtig ist. α muss immer vorgegeben werden, normalerweise 5 % oder eben 0,05.
- β -Fehler (Fehler 2. Art): Wenn die Nullhypothese beibehalten wird, obwohl sie falsch ist.

	Entscheidung	
	für H_0	gegen H_0
H_0 wahr	Richtig	Fehler 1. Art
H_0 falsch	Fehler 2. Art	Richtig

ANWENDUNG

Beim Bearbeiten einer Aufgabe muss man wie folgt vorgehen:

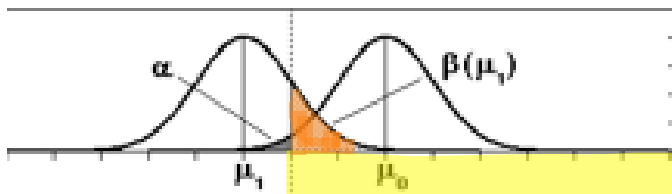
1. Überlegung: Was ist die Gegenhypothese, was die Nullhypothese? An das Beispiel des Angeklagten denken! -> Welcher Fehler soll kontrolliert werden?
2. Formulierung H_0 und H_1 mit p_0 . Dann aus der Tabelle ablesen, um welchen Testtyp es sich handelt (Alternativtest, rechts- oder linksseitiger oder zweiseitiger Signifikanztest?)
3. Bestimmung von n und p_0 .
4. Vorgeben von α .
5. Anhand dieser Angaben mithilfe der Binomialtabellen Bestimmung des Annahmebereiches A .

OPERATIONSCHARAKTERISTIK

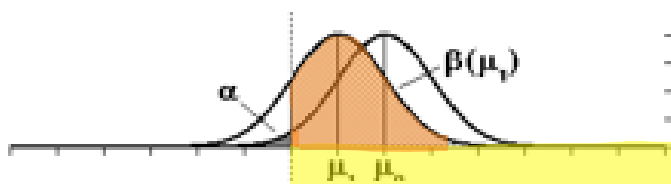
β -Fehler = Fehler 2. Art hängt vom tatsächlichen p_1 ab. Die Funktion

$$\beta = f(p_1)$$

ist die Operationscharakteristik (OC) eines Tests.



Der Fehler 2. Art ist umso größer, je näher das echte p_1 dem p_0 ist:



Durch Vergrößerung der Stichprobe kann man den Fehler reduzieren.