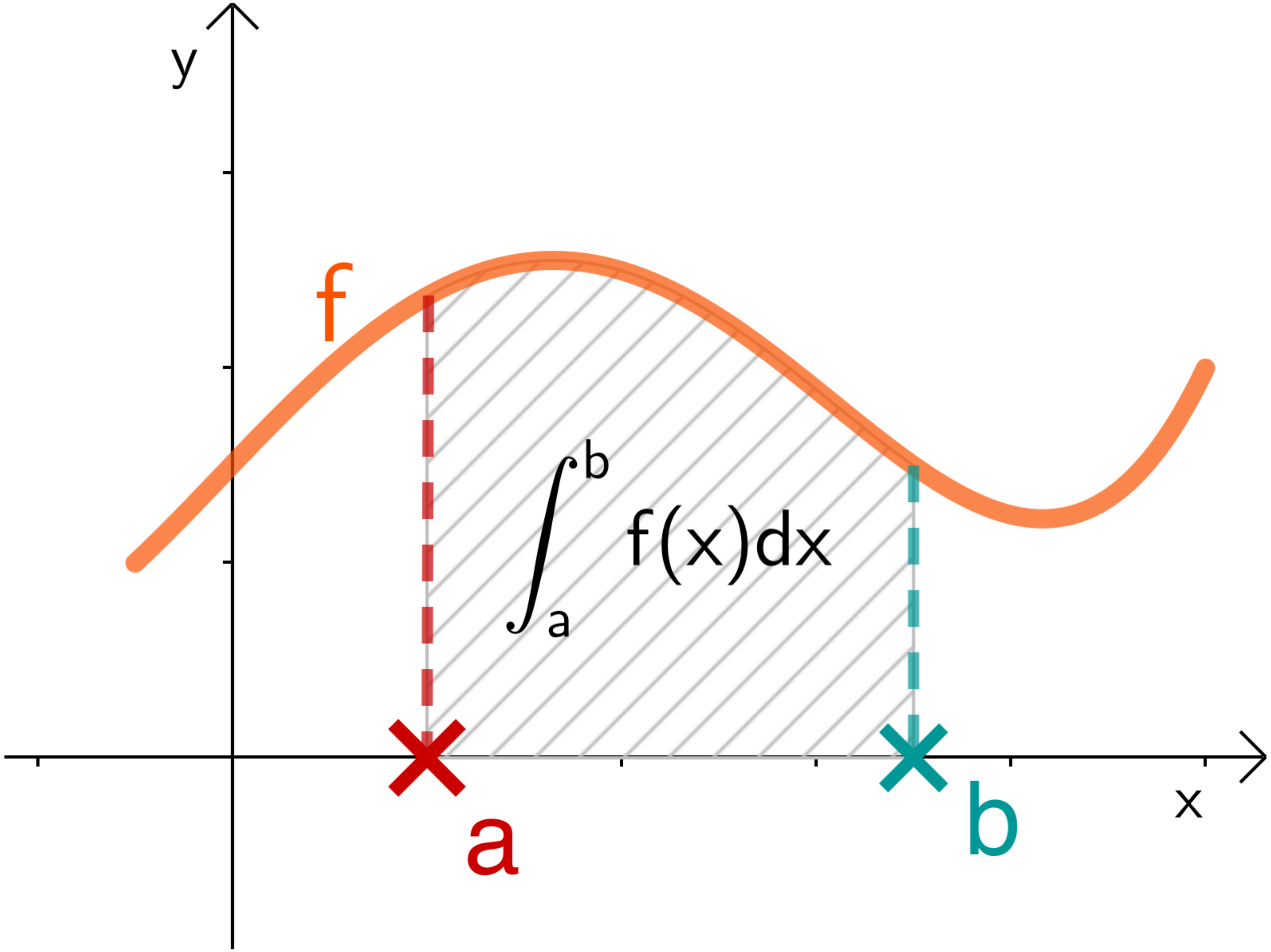
Anwendung der Integralrechnung

Von Sabrina Erbach und Rita Ben Jelloun

Flächeninhaltsberechnung



1. Grenzen des Integrals bestimmen
2. Differenzfunktion d(x) aufstellen
3. Integral aufstellen
4. Stammfunktion bilden
5. Obere & untere Grenze für x einsetzen

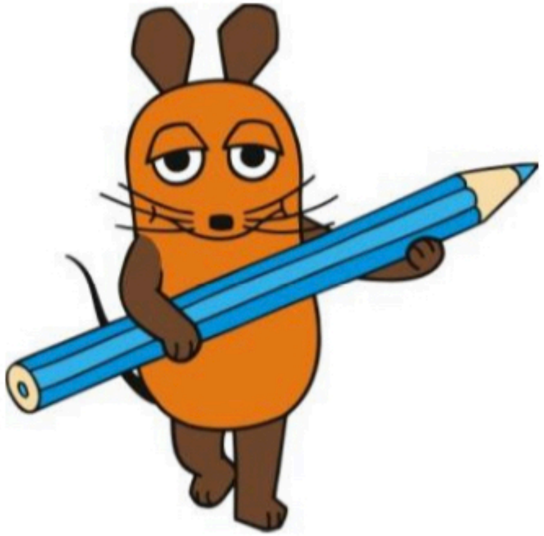
1. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

a) $\int_0^4 x^2 + 2x \, dx$

b) $\int_1^2 5 - \frac{2}{x^2} \, dx$

c) $\int_0^3 \sqrt{x} \, dx$

d) $\int_1^2 (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x} \, dx$

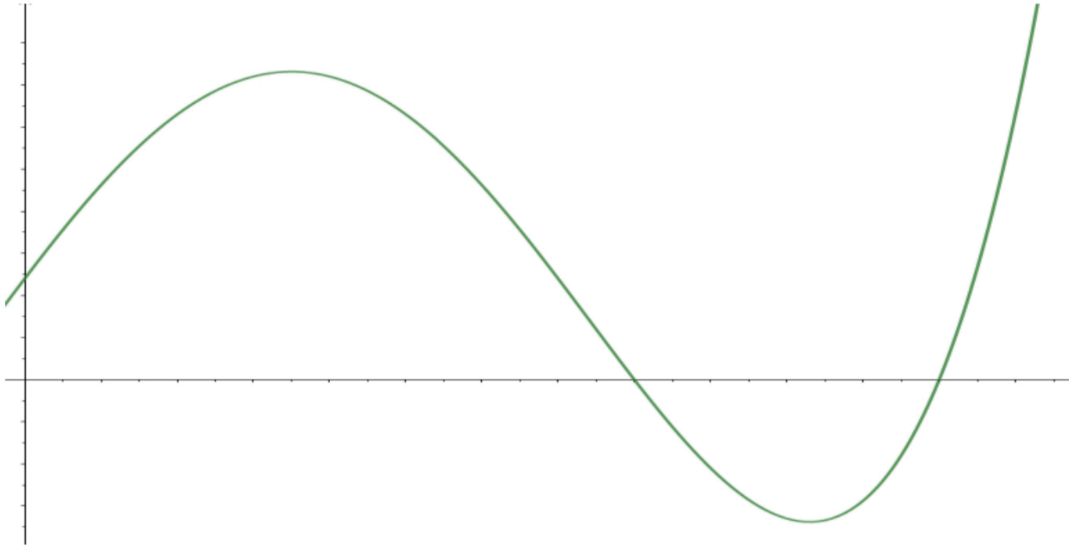


10. Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ und $g(x) = 0{,}5x$.

a. Berechnen Sie den Flächeninhalt, der von den beiden Funktionen im Intervall I=[0,4] eingeschlossen wird.

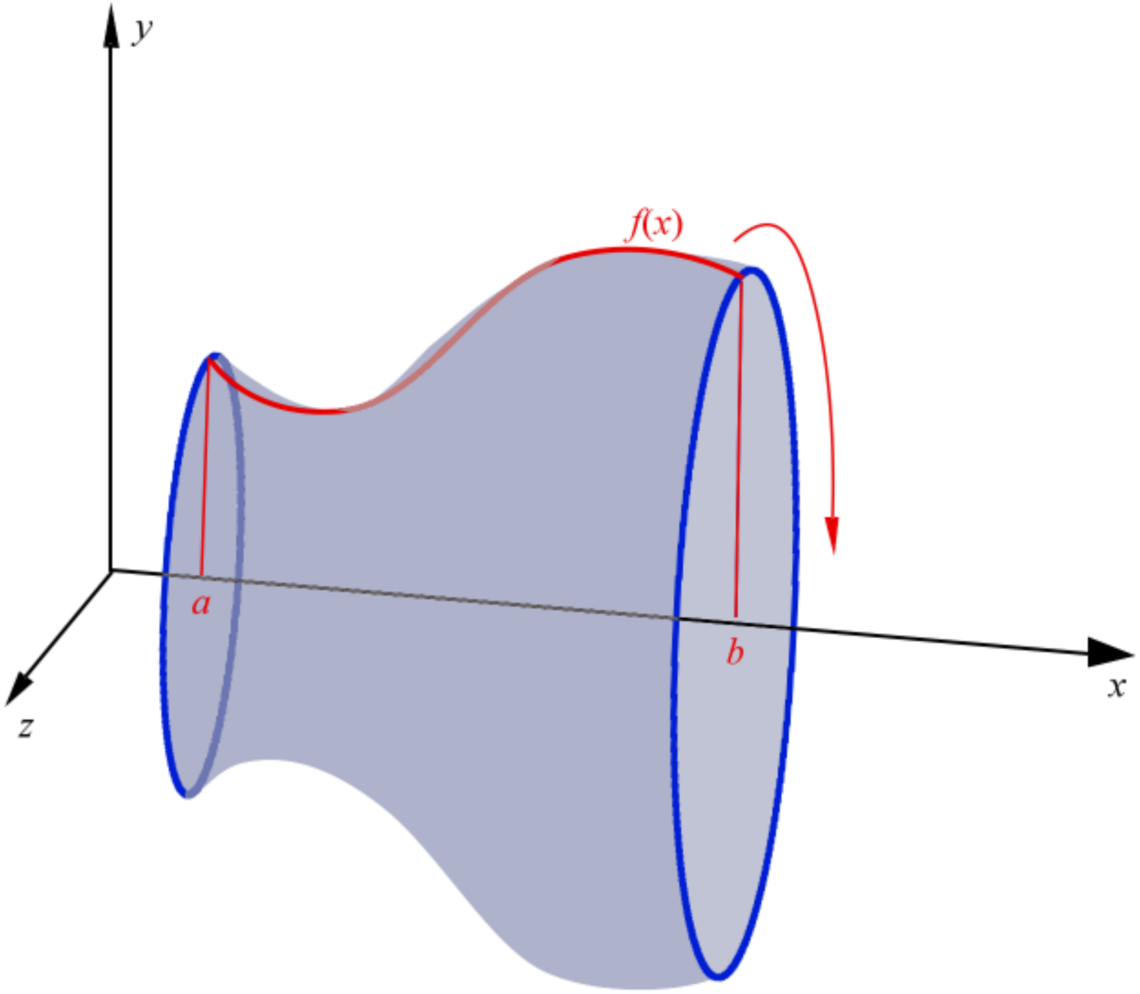
b. Betrachten Sie nun die Funktion $h(x) = mx$. Berechnen Sie den Parameter m so, dass im Intervall I=[0,4] die beiden entstehenden Flächen zwischen den beiden Funktionen gleich groß werden.

3. Ein Geheimdienst verbreitet falsche Nachrichten über twitter, um eine Präsidentenwahl in einem gegnerischen Land zu beeinflussen.
f(x) = $x^4 - 14x^3 - 19x^2 + 476x + 480$ soll die momentane Änderungsrate der Personen beschreiben, die zurzeit x diese Nachricht erhalten, x in Tagen mit $0 \leq x \leq 12{,}5$.
Zum Zeitpunkt x = 0 erhielten 1000 Menschen die Nachricht.



a. Berechnen Sie f(7) und geben Sie an, was der Wert im Sachzusammenhang angibt!
b. Bestimmen Sie, wann die größte Anzahl von Menschen diese Nachricht auf ihren Geräten hat und geben Sie an, wie viele Menschen das sind!
c. Wenn der Zustrom der Menschen, die die Nachricht erhalten, am geringsten ist, muss der Geheimdienst neue Nachrichten lancieren. Wann ist dies der Fall?

Rotationskörper

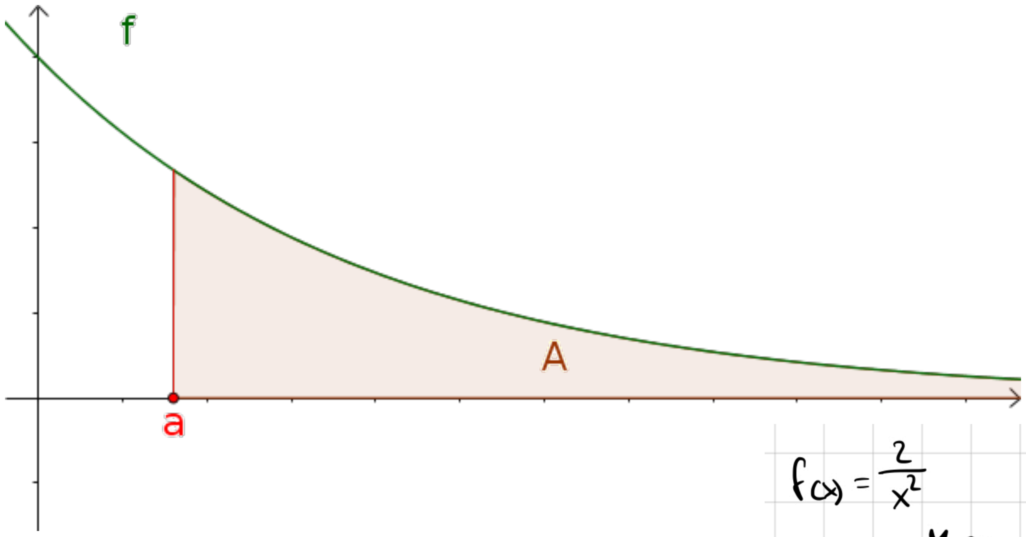


$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \, dx$$

12. Durch die Rotation des Graphen von $f(x) = \sqrt{x - 0{,}5}$ um die x-Achse entsteht die Form eines Sektglases ohne Stiel. Berechnen Sie, wie viele Milliliter Sekt in das Glas passen, wenn es 7,5cm hoch gefüllt ist.

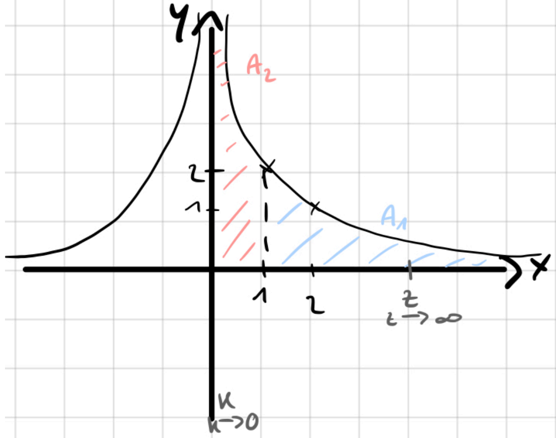
Abi-Buch : 2017-A2

Uneigentliche Integrale



- Einer der beiden Grenzen ist ∞/-∞
- Für diese Grenze legt man eine Variable fest
- Diese lässt man dann gegen ∞ /-∞ laufen

$f(x) = \frac{2}{x^2}$



A_1: $\int_1^z \frac{2}{x^2}\,dx = \left[-2x^{-1}\right]_1^z = -\frac{2}{z} + 2$

$\lim\limits_{z\to\infty} \left(\underbrace{-\frac{2}{z}}_{\to 0} + 2\right) = 2$ d.h. $A_1 = 2$

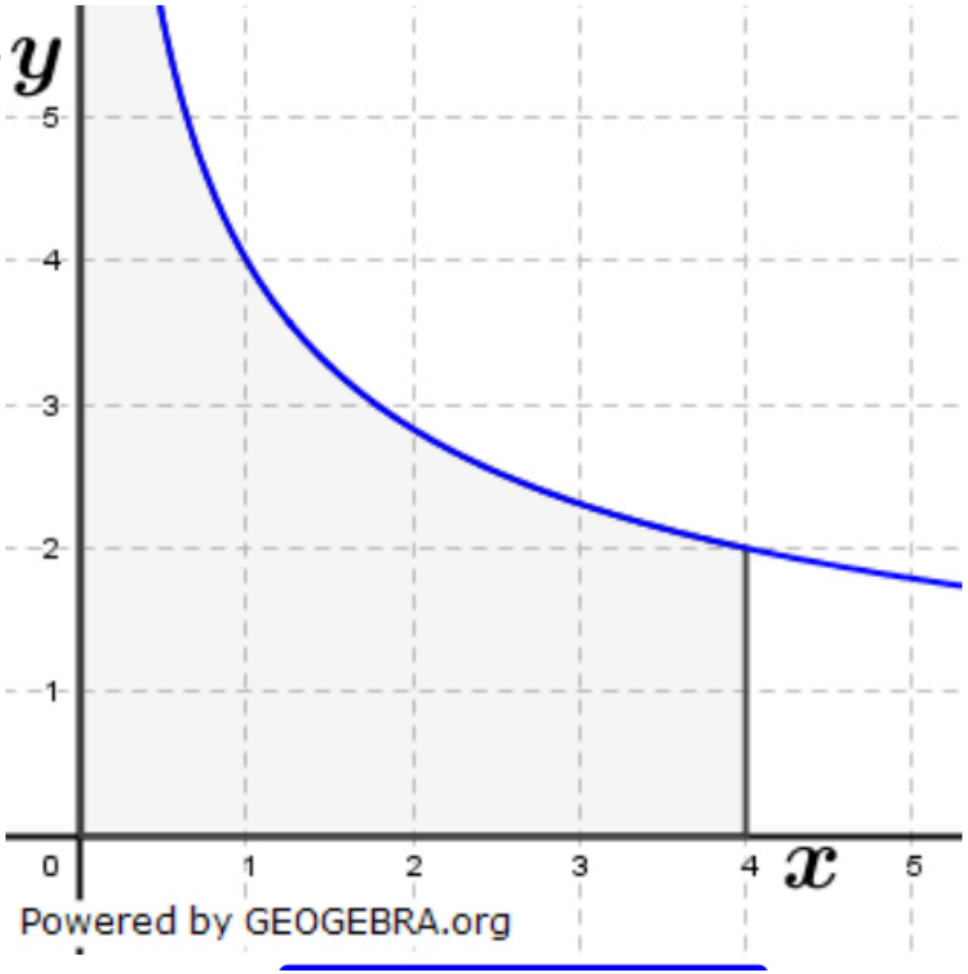
d.h. $\int_1^\infty \frac{2}{x^2}\,dx$ existiert und heißt dann uneigentliches Integral

A_2: $\int_k^1 \frac{2}{x^2}\,dx = \left[-\frac{2}{x}\right]_k^1 = -2 + \frac{2}{k}$

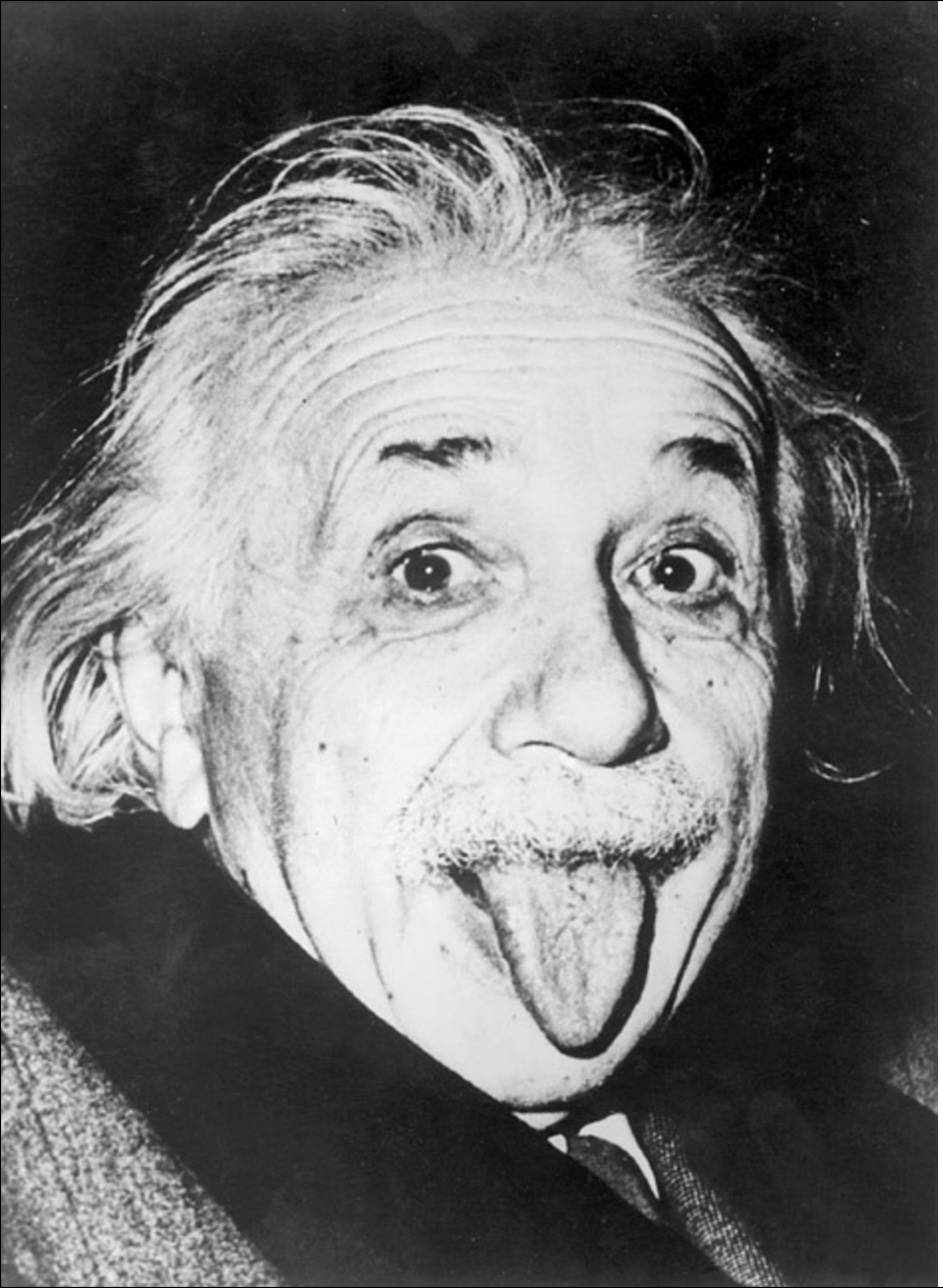
$\lim\limits_{k\to 0} \left(-2 + \underbrace{\frac{2}{k}}_{\to\infty}\right) = -2 + \infty$, d.h. $\int_0^1 \frac{2}{x^2}\,dx$ existiert nicht

Die Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$ schließt mit der x-Achse, der Geraden $x=4$ und der y-Achse eine nach oben offene Fläche ein (siehe Skizze).

Untersuchen Sie, ob diese Fläche einen endlichen Flächeninhalt hat und bestimmen Sie diesen gegebenenfalls.



3. Die Fläche zwischen den Graphen von $f(x) = -\frac{2}{x}$ rotiere im Intervall $[2; \infty[$ um die x-Achse. Untersuche, ob der entstehende Rotationskörper einen endlichen Rauminhalt hat und berechne diesen gegebenenfalls!



Danke für eure Aufmerksamkeit