Q1.3: Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung:

Wachstums- und Zerfallsprozesse:

- begrenztes Wachstum: $f(t) = S - c \cdot e^{-k \cdot t}$

- Logistisches Wachstum: $f(t) = \frac{S}{1 + a \cdot e^{-k \cdot t}}$

- Einfluss der Parameter:
  S = Schranke: Wert, an den sich Funktion annähert
  k: Stauchung / Streckung der Steigung des Graphs
  c: Differenz zwischen Schranke und Bestand zum Zeitpunkt t=0
  a: Verschiebung des Graphen in x-Richtung

die natürliche Logarithmusfunktion:

- Umkehrfunktion von e^x, deshalb gilt $f(g(x)) = e^{\ln(x)} = x$
  $g(f(x)) = \ln(e^x) = x$

- Nachweis der Stammfunktion von $\frac{1}{x}$:

$$X = e^{\ln(x)}$$
$$x = e^{g(x)} \quad | \text{ableiten}$$
$$1 = g'(x) \cdot e^{g(x)}$$
$$1 = g'(x) \cdot e^{\ln(x)}$$
$$1 = g'(x) \cdot x \quad | :x$$
$$\boxed{\frac{1}{x} = g'(x)}$$

Lokale Linearisierung mithilfe der Ableitung:

- Verfahren, um näherungsweise andere Funktionswerte in der Nähe eines Punktes zu erhalten, wenn man nur den Punkt und die momentane Änderungsrate kennt

- $P(x_0 | f(x_0))$ $\quad f'(x_0)$

  $t(x) = m \cdot x + b$

  - Steigung der Tangente entspricht der momentanen Änderungsrate

  $t(x) = f'(x_0) \cdot x + b$

  - Tangente verläuft durch P; es gilt $t(x_0) = f(x_0)$

  $t(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b = f(x_0) \quad | -(f'(x_0) \cdot x_0)$

  $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$

  - Einsetzen in Tangentengleichung

  $t(x) = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0 \quad | \; f'(x_0)$ ausklammern

  $t(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

lineare Näherung: $f(x) \approx f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$