

Kumulative Binomialverteilung

$$P(X \leq 5) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

Die Wahrscheinlichkeit

$P(X \leq k) = P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=k)$ heißt **kumulierte Wahrscheinlichkeit** und wird mit $F_{n;p}(k)$ bezeichnet.

Mit der kumulierten Binomialverteilung berechnet man die Wahrscheinlichkeit für **höchstens k Treffer**.

Dazu **summiert** man die Wahrscheinlichkeiten für jede einzelne Trefferzahl.

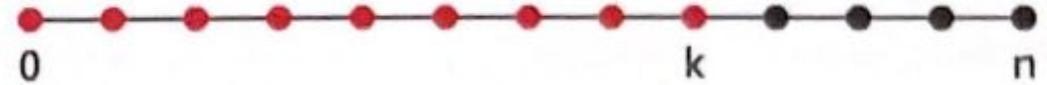
Häufig in einem Summenzeichen zusammengefasst:

$$P(X \leq k) = \sum_{i=0}^k P(X = i) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1 - p)^{n-i}$$

Mithilfe von kumulierten Wahrscheinlichkeiten $P(X \leq k)$ lassen sich auch Wahrscheinlichkeiten der Form $P(X \geq k)$, $P(k \leq X \leq l)$ usw. berechnen.

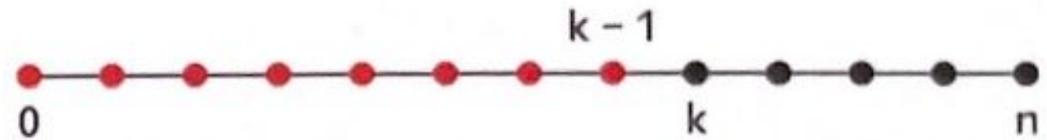
(1) $P(X \leq k)$

„Höchstens k Treffer.“



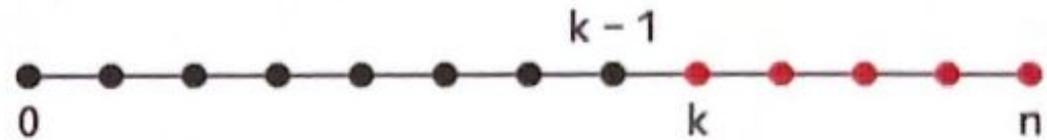
(2) $P(X < k) = P(X \leq k - 1)$

„Weniger als k Treffer.“



(3) $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k - 1)$

„Mindestens k Treffer.“



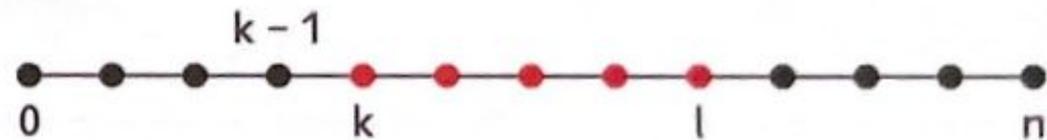
(4) $P(X > k) = 1 - P(X \leq k)$

„Mehr als k Treffer.“



(5) $P(k \leq X \leq l) = P(X \leq l) - P(X \leq k - 1)$

„Mindestens k und höchstens l Treffer.“



$P(X \leq k)$ -> "höchstens k Treffer"
 $P(X \geq k)$ -> "mindestens k Treffer"

In einer Fabrik werden Schrauben hergestellt. Mit 40% Wahrscheinlichkeit sind die produzierten Schrauben defekt. Als Stichprobe werden 10 Schrauben aus der Produktion entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind **höchstens** 2 Schrauben defekt?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind **mindestens** 8 Schrauben defekt?

Übungsaufgaben

Bei einem Multiple-Choice-Test gibt es acht Fragen mit jeweils drei Antworten, von denen nur eine richtig ist. Ein Kandidat kreuzt bei jeder Frage rein zufällig eine Antwort an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er

- a) höchstens vier richtige Antworten
- b) höchstens eine richtige Antwort
- c) mindestens drei richtige Antworten
- d) mindestens sieben falsche Antworten

Eine Münze wird 20mal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

- a) Mindestens 7mal Zahl
- b) Höchstens 15mal Zahl
- c) Mindestens 3 und höchstens 12mal Zahl
- d) Mindestens 6 und höchstens 16mal Zahl

Max behauptet hellseherische Kräfte zu haben. Um dies zu prüfen, wird er zehnmal einem Test unterzogen, bei dem er unter vier möglichen Farben die zufällig ausgewählte Farbe vorhersagen soll.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt er mindestens drei Treffer?
- b) Die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens k Treffer erzielt, soll höchstens 5% betragen. Bestimme die kleinste Trefferzahl k , für die das erfüllt ist.